

# Les indicateurs statistiques

## Mode, classe modale

### Définition

- Le mode d'une série statistique est une valeur de la série pour laquelle l'effectif associé est le plus grand
- Dans le cas d'un regroupement en classes, la classe modale est une classe pour laquelle l'effectif associé est le plus grand

## Etendue d'une série statistique

### Définition

L'étendue d'une série statistique (à caractère quantitatif) est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite

C'est un indicateur - sommaire - de la **dispersion** des valeurs de la série.

## Moyenne d'une série statistique

### Définition

On considère une série statistique à caractère quantitatif, dont les  $N$  valeurs sont données par  $x_1, x_2, \dots, x_p$  d'effectifs associés  $n_1, n_2, \dots, n_p$  avec  $n_1 + n_2 + \dots + n_p = N$

La moyenne de cette série est le nombre noté  $\bar{x}$  qui vaut :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

### Remarque

Lorsque la série est regroupée en classes, on calcule la moyenne en prenant pour valeurs  $x_i$  le **centre de chaque classe** ; ce centre est obtenu en faisant la moyenne des deux extrémités de la classe

## Médiane et quartiles d'une série statistique

### Médiane

#### Définition

On considère une série statistique dont le caractère étudié prend  $p$  valeurs  $x_i$  d'effectif  $n_i$ .

On appelle médiane tout nombre  $M$  tel que :

- Au moins 50 pour cent des observations sont inférieures ou égales à  $M$ .
- Au plus 50 pour cent des observations sont supérieures ou égales à  $M$ .

### Méthode pratique de calcul

#### Propriété

On note  $N$  l'effectif total.

- Si  $N$  est un nombre impair la médiane est la valeur du caractère de rang  $\frac{N+1}{2}$  dans la liste rangée par ordre croissant.
- Si  $N$  est un nombre pair on peut choisir comme médiane
  - la valeur du caractère de rang  $\frac{N}{2}$  dans la liste rangée par ordre croissant.
  - la valeur du caractère de rang  $\frac{N}{2}+1$  dans la liste rangée par ordre croissant.
  - la moyenne des deux valeurs précédentes .  
( la médiane n'est alors plus forcément une valeur du caractère)

### Les quartiles

#### Définition

On considère une série statistique dont le caractère étudié prend  $p$  valeurs  $x_i$  d'effectif  $n_i$ .

- On appelle premier quartile ( notée  $Q_1$  ) la plus petite valeur du caractère telle que au moins 25% des observations lui soient inférieures ou égales .
- On appelle troisième quartile ( notée  $Q_3$  ) la plus petite valeur du caractère telle que au moins 75% des observations lui soient inférieures ou égales .

## Méthode pratique de calcul

### Propriété

On note  $N$  l'effectif total.

- $Q_1$  est la valeur du caractère dont le rang est le nombre entier directement supérieur ou égal à  $\frac{N}{4}$  dans la liste rangée par ordre croissant.

C'est à dire  $Ent\left(\frac{N}{4}\right) + 1$

- $Q_3$  est la valeur du caractère dont le rang est le nombre entier directement supérieur ou égal à  $\frac{3N}{4}$  dans la liste rangée par ordre croissant

C'est à dire  $Ent\left(\frac{3N}{4}\right) + 1$

### Remarque

La médiane ne coïncide pas forcément à la moyenne des quartiles.

## Interquartile

### Définition

On appelle interquartile la différence  $I = Q_3 - Q_1$ .

Le couple  $(M; (Q_3 - Q_1))$  lie une caractéristique de position (M) et une caractéristique de dispersion  $I$ .

## Distribution des fréquences

### Définition

On considère une série statistique à caractère quantitatif, dont les  $N$  valeurs sont données par  $x_1, x_2, \dots, x_p$  d'effectifs associés  $n_1, n_2, \dots, n_p$  avec  $n_1 + n_2 + \dots + n_p = N$

- A chaque valeur (ou classe) est associée une fréquence  $f$  : c'est la proportion d'individus associés à cette valeur
- $f = \frac{n}{N}$  est un nombre compris entre 0 et 1, que l'on peut écrire sous forme de pourcentage
- L'ensemble des fréquences de toutes les valeurs du caractère s'appelle la distribution des fréquences de la série statistique

### Remarque

On peut calculer une moyenne à partir de la distribution de fréquences :

$$\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_px_p$$

## Effectifs cumulés croissants et effectifs cumulés décroissants

### Définition

On considère une série statistique à caractère quantitatif

Soit  $x$  une valeur du caractère

- L'effectif cumulé croissant de  $x$  est le nombre d'observations inférieures ou égales à  $x$
- L'effectif cumulé décroissant de  $x$  est le nombre d'observations supérieures ou égales à  $x$

### Remarque

On peut de la même façon définir les fréquences cumulées croissantes et les fréquences cumulées décroissantes

### Exemple 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition du FC Barcelone selon le nombre de buts par match au cours de la saison 2008-2009 du championnat d'Espagne de football.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6	total
effectif	2	8	10	7	4	2	5	38

On obtient alors le tableau des effectifs cumulés croissants ci-dessous

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6
ECC	2	10	20	27	31	33	38

Ou le tableau des fréquences cumulées croissantes ci-dessous

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6
FCC	0,05	0,26	0,52	0,71	0,82	0,87	1

## Exemple 2

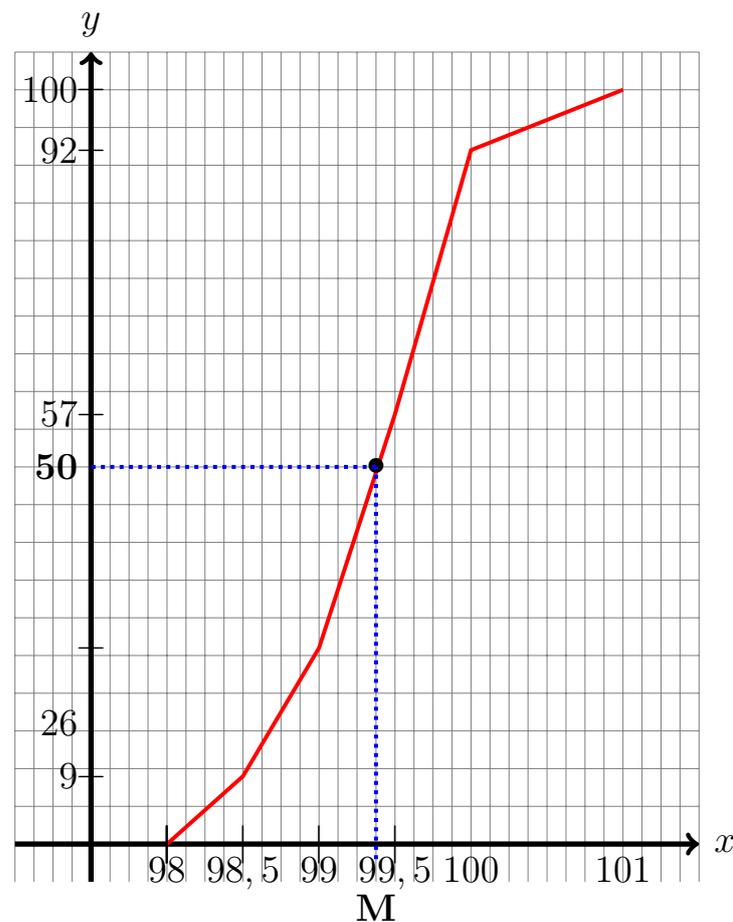
Une machine remplit automatiquement des sachets de médicaments en poudre. On a pesé 100 sachets prélevés au hasard dans la production d'une journée. :

Masse (en g)	]98; 98,5[	[98,5; 99[	[99; 99,5[	[99,5; 100[	[100; 101[
effectif	9	17	31	35	8

On obtient alors le tableau des effectifs cumulés croissants ci-dessous dans la pratique le calcul se mène pour chaque borne des classes

masse (en g)	98	98,5	99	99,5	100	101
ECC	0	9	26	57	92	100

Le tableau des effectifs cumulés croissants se représente graphiquement par le polygone des effectifs cumulés croissants :



Remarquons que l'abscisse du point d'ordonnée 50 donne une valeur approchée de la médiane

De même les abscisses des points d'ordonnées 0,25 et 0,75 sont des valeurs approchées des premiers et troisièmes quartiles