Exercice 1 :

Cocher les réponses exactes (Plsuieurs réponses peuvent être exactes)

1 Lorsque l'on représente un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 7$ et $p = 0,25$ par un arbre de probabilité, le nombre de chemins menant à 4 succès est égal à :

❐ 35 ❐ 28 ❐ 2 ❐ $\binom{7}{3}$ ❐ $\binom{7}{4}$

2 La variable aléatoire Z suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,3$ $(Z = B(20; 0,3))$
$\mathbb{P}(Z = 8)$ est égal à

❐ $\dfrac{2}{5}$ ❐ $\approx 0,1144$ ❐ $0,0039$

3 On considère de nouveau la variable aléatoire Z suivant une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,3$.
$\mathbb{P}(Z < 3)$ est égal à

❐ $1 - \mathbb{P}(Z > 3)$ ❐ $\mathbb{P}(Z = 1) + \mathbb{P}(Z = 2) + \mathbb{P}(Z = 3)$
❐ $1 - \mathbb{P}(Z \geqslant 2)$ ❐ $\mathbb{P}(Z = 1) + \mathbb{P}(Z = 2)$

4 Dans un repère orthonormé de l'espace on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-8\\-11\end{pmatrix}$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont :

❐ sont colinéaires
❐ sont orthogonaux
❐ ne sont colinéaires ni orthogonaux

5 Dans un repère orthonormé de l'espace on considère le plan (P) d'équation

$$2x - 3y + 5z - 11 = 0$$

. On peut affirmer que :

❐ Le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}20\\-30\\50\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (P)

❐ Le point $A(1; 1; 1)$ appartient au plan (P)

❐ Le point $B(1; 2; 3)$ appartient au plan (P)

6 Dans un repère orthonormé de l'espace on considère le plan (P) d'équation cartésienne $2x + 3y - z + 2 = 0$ et la droite (D) de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 3 - 2t \qquad t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 \end{cases}$$
On peut affirmer que :

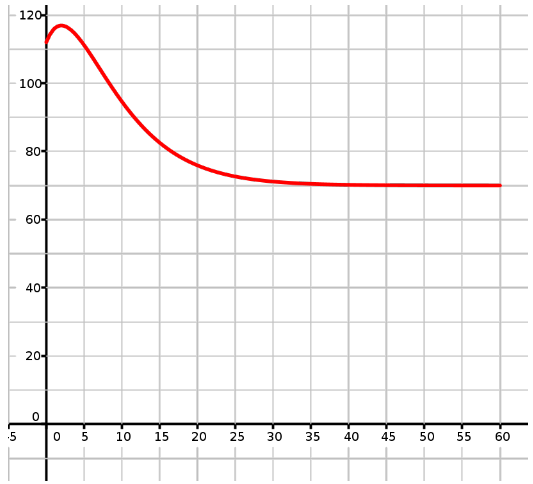
❐ La droite (D) est parallèle au plan (P)
❐ La droite (D) est perpendiculaire au plan (P)
❐ La droite (D) et le plan (P) se coupent en un seul point
❐ La droite (D) est dans le plan (P)

Exercice 2 :

Un ébéniste décide de refaire les accoudoirs d'un fauteuil.
Afin d'utiliser une machine à commande numérique il modélise la forme de l'accoudoir avec la fonction f définie sur $[0; 60]$ par :

$$f(x) = 70 + (14x + 42)e^{-0,2x}$$

La représentation graphique de h est donnée ci-dessous :



1 En observant le graphique, établir des conjectures sur la convexité de la fonction et sur les éventuels points d'inflexion

2 Montrer que, pour tout x de $[0;60]$:

$$f'(x) = (-2,8x + 5,6)e^{-0,2x}$$

3 En déduire l'étude des variations de la fonction f

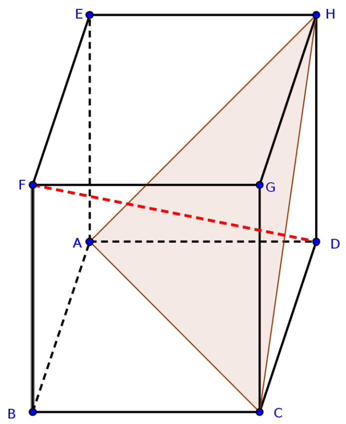
4 On admet que , pour tout x de $[0;60]$

$$f''(x) = \frac{14(x-7)e^{-0,2x}}{25}$$

Utiliser cette dérivée seconde pour valider ou invalider vos conjectures de la question 1

Exercice 3 :

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 5.



On considère le repère **orthonormé** $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où :

$\vec{i} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$; $\vec{j} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AE}$

1 Justifier que la droite (DF) est orthogonale au plan (ACH)

2 En déduire une équation cartésienne du plan (ACH)

3 (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (FD) puis déterminer les coordonnées du point d'intersection K de la droite (FD) avec le plan (ACH)

(b) Calculer la distance AK.
Que représenter cette distance pour le point F et le plan (ACH) ?

4 (a) Quelle est la nature du triangle ACH ?

(b) En déduire que l'aire du triangle ACH est égale à $\frac{125}{6}$

(c) Calculer alors le volume du tétraèdre $FACH$

(d) Calculer de même le volume du tétraèdre $(DACH)$

rappel :
Le volume d'un tétraèdre est donné par la formule suivante : $\frac{(\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}}{3}$

Exercice 4 :

Une biathlète effectue à l'entraînement une série de 20 tirs consécutifs considérés comme indépendants.
Ses statistiques d'entraînement précisent qu'elle réussit sa cible neuf fois sur dix.
Quelle est la probabilité que, dans cette série de 20 tirs elle tire au moins 18 fois dans la cible ?