Bloc 1

Bloc1-Exo1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1+x)e^{-x}$

1 Calculer $f(0)$

2 L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse ?
$f(1) = \dfrac{2}{e}$

3 Calculer $f'(x)$

4 L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse ?
La fonction f est croissante sur $]-\infty; 0]$

Bloc1-Exo2

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - ln(2x)$

1 Calculer $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$

2 Calculer $f'(x)$

3 Justifier que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution dans l'intervalle $[1; 5]$

Bloc1-Exo3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = ln\left(e^x + 2e^{-x}\right)$

1 Calculer $f(0)$

2 Calculer $f'(x)$

3 Montrer que pour tout x, $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - 2}{e^{2x} + 2}$

Bloc1-Exo4

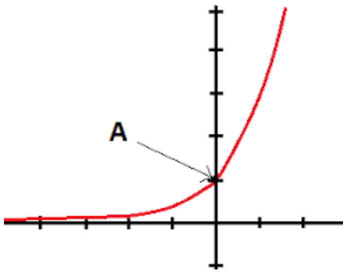
On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{1}{4}e^{-x}\left(x^2 + 2x\right)$

1 Calculer $f'(x)$

2 L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse ?
La fonction f est croissante sur $\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$

Bloc1-Exo5

On considère la fonction f définie par : $f(x) = e^x$
La représentation graphique de f est donnée ci-dessous :



1 le point A est le point d'abscisse 0 de la courbe.
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point A

2 Etudier la fonction ϕ définie par $\phi(x) = e^x - x - 1$ Que peut on en déduire pour la représentation graphique de f par rapport à sa tangente en A

3 L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse ?
$Pour\ tout\ x\ de\ [0;+\infty[\ \dfrac{e^x}{x} \geqslant 1$

Bloc1-Exo6

On considère la fonction f définie par : $f(x) = ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$

1 Calculer $f(0)$

2 L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse ?
$pour\ tout\ x\ de\ ]-2;2[\ f(x) = ln(2+x) - ln(2-x)$

3 Calculer $f'(x)$ puis montrer que : $f'(x) = \dfrac{4}{4-x^2}$

Bloc1-Exo7

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x - \dfrac{ln(x)}{x^2}$

1 Calculer $f(1)$

2 Calculer $f'(x)$

3 Montrer que $f'(x) = \dfrac{x^3 - 1 + 2ln(x)}{x^3}$

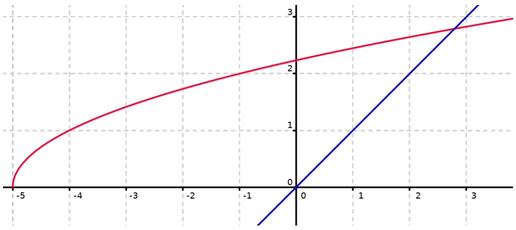
Bloc2

Bloc2-Exo1

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = -4$ et pour tout entier n $\quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 5}$

1 Calculer U_1 et U_2

2 Utiliser le graphique suivant pour représenter graphiquement la suite (U_n)



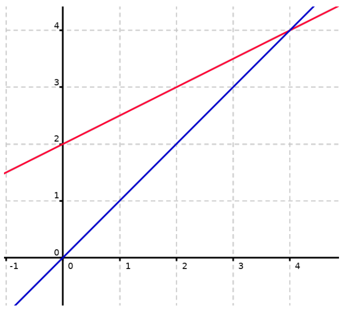
3 Démontrer par récurrence que :
Pour tout entier naturel n $\quad u_n \leqslant 3$.
La suite (u_n) est elle convergente ? Justifier.

Bloc2-Exo2

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = -2$ et pour tout entier n $\quad u_{n+1} = 0.5u_n + 2$

1 Calculer U_1 et U_2

2 Utiliser le graphique suivant pour représenter graphiquement la suite (U_n)



3 Démontrer par récurrence que :
Pour tout entier naturel n $\quad u_n \leqslant 4$.
La suite (u_n) est elle convergente ? Justifier.

Bloc2-Exo3

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = -2$ et pour tout entier n $\quad u_{n+1} = 0.5u_n + 2$

1 Calculer U_1 et U_2

2 Pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose : $v_n = u_n - 4$

a Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et de la raison.

Bloc2-Exo4

(U_n) est la suite géométrique de premier terme $U_0 = 1000$ et de raison $\dfrac{1}{2}$

1 Calculer U_{20}

2 Calculer la somme de 20 premiers termes de la suite (U_n)

3 Exprimer cette somme en utilisant le symbole Σ

Bloc2-Exo5

(U_n) est la suite arithmétique de premier terme $U_0 = 1000$ et de raison $-\dfrac{1}{2}$

1 Calculer U_{20}

2 Calculer la somme de 20 premiers termes de la suite (U_n)

3 Exprimer cette somme en utilisant le symbole Σ

Bloc2-Exo6

(U_n) est la suite géométrique de premier terme $U_0 = 1000$ et de raison $\dfrac{1}{2}$

1 Calculer U_{20}

2 On considère l'algorithme ci-dessous :

$T \leftarrow 1000$
$n \leftarrow 0$
Tant que $T \geqslant 10^{-9}$
$\quad T \leftarrow 0,5T$
$\quad n \leftarrow n+1$
Fin Tant que

Quel est le contenu de la variable n en fin d' algorithme ?

Bloc2-Exo7

On considère la suite (T_n) définie par :
$T_0 = 80$ et pour tout entier $n \quad T_{n+1} = 0.8T_n + 10$

1 Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

2 On considère l'algorithme ci-dessous :

$T \leftarrow 80$
$n \leftarrow 0$
Tant que $T \geqslant 11$
$\quad T \leftarrow 0,8T + 10$
$\quad n \leftarrow n+1$
Fin Tant que

Quel est le contenu de la variable n en fin d' algorithme ?

Bloc3

Bloc3-Exo1

Un lecteur d'une bibliothèque est passionné de romans policiers et de biographies. Cette bibliothèque lui propose 150 romans policiers et 50 biographies.
40 % des écrivains de romans policiers sont français et 70 % des écrivains de biographies sont français.
Le lecteur choisit un livre au hasard parmi les 200 ouvrages.

1 Déterminer la probabilité que le lecteur choisisse un roman policier

2 Le lecteur ayant choisi un roman policier, déterminer la probabilité que l'auteur soit français

3 Déterminer la probabilité que le lecteur ait choisi un roman policier sachant que l'écrivain est français

Bloc3-Exo2

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre 10 et $0,63$
$Y = B(10, 0, 63)$

1 Calculer : $P[X = 4]$

2 Calculer : $P[X \geq 1]$

Bloc3-Exo3

Max appelle Zoé sur son portable tous le soirs à 18 h.
Elle répond une fois sur cinq quand l'appel intervient un samedi et une fois sur deux les autres jours.
Max appelle Zoé .
On appelle S l'événement : « c'est un samedi »
on appelle T l'événement : « Zoé répond au téléphone »
Calculer $P(S \cap T)$, $P(\overline{S} \cap T)$, $P(T)$, $P_T(S)$

Bloc3-Exo4

Un constructeur de composants produit des résistances.
La probabilité qu'une résistance soit défectueuse vaut : 5×10^{-3}.
On dispose d'un lot de 1000 résistances choisies au hasard dans la production d'une journée.
Quelle est la probabilité d'avoir dans ce lot :

1 Au moins une résistance défectueuse

2 Exactement deux résistances défectueuses

3 Au plus deux résistances défectueuses

4 Au moins deux résistances défectueuses

Bloc3-Exo5

1 Dans un lycée donné, on sait que 55 % des élèves sont des filles. On sait également que 35 % des filles et 30 % des garçons déjeunent à la cantine. On choisit, au hasard, un élève du lycée. Quelle est la probabilité que cet élève ne déjeune pas à la cantine ?

2 Une variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et . $\sigma = 5$ Calculer la probabilité que Y soit supérieure ou égale à 2.

Bloc3-Exo6

Un appareil ménager peut présenter après sa fabrication deux défauts. On appelle A l'événement ≪ l'appareil présente un défaut d'apparence ≫ et F l'événement ≪ l'appareil présente un défaut de fonctionnement ≫. On suppose que les événements A et F sont indépendants. On sait que la probabilité que l'appareil présente un défaut d'apparence est égale à $0,02$ et que la probabilité que l'appareil présente au moins l'un des deux défauts est égale à $0,069$. On choisit au hasard un des appareils. Quelle est la probabilité que l'appareil présente le défaut F ?

Bloc3-Exo6

On considère deux jeux de type loterie :

Jeu 1

- 10^6 tickets sont en vente au prix de 2 euros par ticket
- 1 seul ticket est gagnant
- Le ticket gagnant rapporte 10^6 euros

Jeu 2

- Les tickets sont en vente au prix de 2 euros .
- Le tiers des tickets sont gagnants.
- Les tickets gagnants rapportent 3 euros

On note X_1 la variable aléatoire qui à un joueur choisi au hasard parmi les joueurs du jeu 1 associe son gain en euro et X_2 la variable aléatoire qui à un joueur choisi au hasard parmi les joueurs du jeu 2 associe son gain en euro.

1. Montrer que : $E[X_1] = -1$ et $E[X_2] = -1$
2. Calculer la variance de X_1 puis l'écart-type de X_1
3. Calculer la variance de X_2 puis l'écart-type de X_2
4. Interpréter les résultats obtenus

Bloc4

Bloc4-Exo1

1 Déterminer les trois nombres réels a,b,c tels que : pour tout nombre complexe z, $z^3 + 8 = (z+2)(az^2 + bz + c)$

2 En déduire la résolution de l'équation $z^3 + 8 = 0$

Bloc4-Exo2

1 Ecrire le nombre complexe $z_1 = \dfrac{5+i}{1+2i}$ sous la forme $a + ib$ avec a et b nombres réels.

2 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z + \overline{z} = 12 + 10i$

Bloc4-Exo3

On considère un nombre complexe z tel que

$$\begin{cases} |z| & = 2 \\ \arg(z) & = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

1 Donner l'écriture exponentielle de z

2 Déterminer l'écriture algébriques de z.

3 Déterminer l'écriture algébrique de $\frac{1}{z}$

Bloc4-Exo4

On considère le nombre complexe $z = \dfrac{2}{1-i}$.

1 Déterminer l'écriture exponentielle de z

2 Calculer z^8 puis z^{2020}

Bloc4-Exo5

On considère les nombres complexes

$$z = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$$

et $z' = 1 - i$.

1 Déterminer le module et un argument de z, z' et $\dfrac{z}{z'}$.

2 Déterminer la forme algébrique de $\frac{z}{z'}$.

3 En déduire que

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

et

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$